

花蓮縣第 63 屆國民中小學科學展覽會

作品說明書

數學科

國小 C 組

魔數樂園

關鍵詞：9 的倍數

摘要

因為魔術遊戲有趣的關係，我們開始研究數字間的關係，我們學會了如何將問題數學化的方式，並發現了「任一數字減去此數字的各個數字和的結果一定是 9 的倍數」原理特性。最後，我們試著找出有沒有其他類似的魔術，也是運用相同的特性變出來的。

壹、研究動機

上數學課時，老師說很多同學都覺得數學很難也很無趣，為了讓我們提起學習數學的興趣，所以教我們玩一個魔術：「請 2 位小朋友將撲克牌大概的分成兩份，2 個小朋友各選一份後，請小朋友把這個數的 2 個數字相加，得到另一個數後，數出計算後數字的張數，交給老師，老師可以施展魔法讓 2 位小朋友的撲克牌張數一樣多。我們依照老師的規則玩了以後，發現 2 個同學的撲克牌真的變成一樣，這個遊戲引起我們探討的興趣，讓我們開始想研究老師的魔數遊戲到底是如何變的，也讓我們猜想是不是大部分數字類的魔術，皆能運用數學變出魔術？能不能找到數字間的規律性？然後再利用這個特性變出其他魔術遊戲呢？

貳、研究目的

- 一、還有哪些魔術也是利用相同的原理？
- 二、比較兩種魔術的相同和不同處，並試著發明出新的魔數遊戲。

參、研究器材

撲克牌、計算機、紙、筆、電腦

肆、研究過程與方法

一、研究步驟

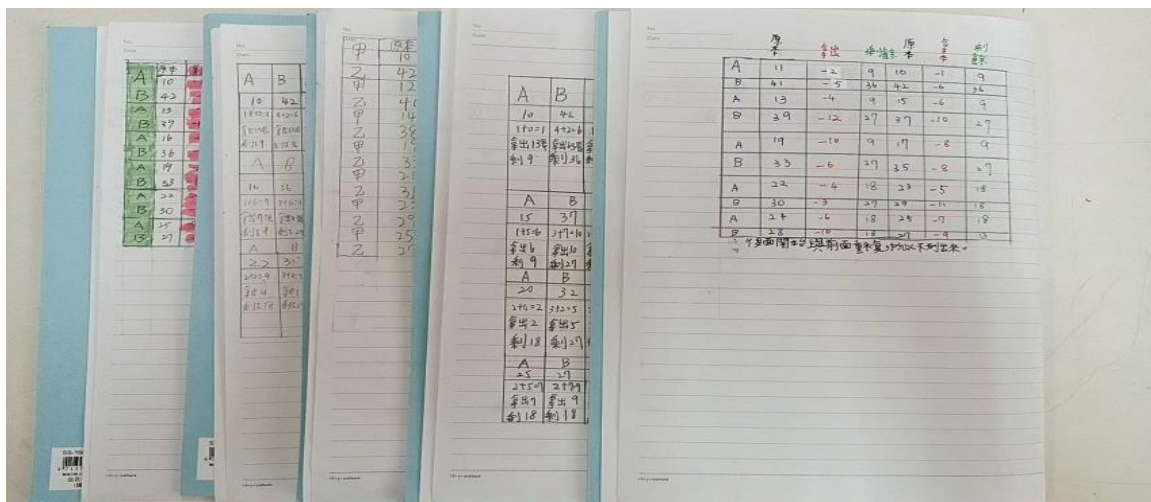
- (一) 實際操作老師教我們的遊戲後，我們將所有分成 2 堆可能發生的結果整理出來，並剔除不需要的數字。我們先將 52 張撲克牌分成 2 堆的結果條列出來，1~9 張撲克牌都是個位數無法用 2 個數字相加，所以限定分牌時一定要 10 張以上。我們將遊戲結果依數字順序整理分牌結果如下：

(10,42)	(11,41)	(12,40)	(13,39)	(14,38)	(15,37)	(16,36)	(17,35)
(18,34)	(19,33)	(20,32)	(21,31)	(22,30)	(23,29)	(24,28)	(25,27)
(26,26)	後面開始與前面重複，所以不列出來。						

(二) 計算上列數字的結果。

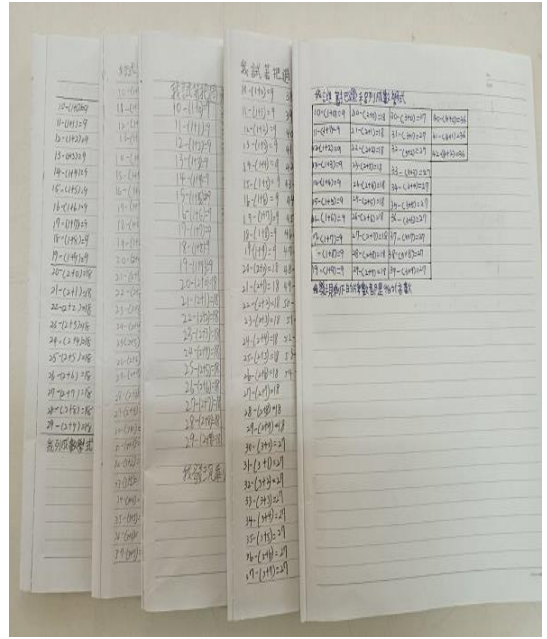
A	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘
	10	-1	9	11	-2	9	12	-3	9
B	42	-6	36	41	-5	36	40	-4	36
A	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘
	13	-4	9	14	-5	9	15	-6	9
B	39	-12	27	38	-11	27	37	-10	27
A	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘
	16	-7	9	17	-8	9	18	-9	9
B	36	-9	27	35	-8	27	34	-7	27
A	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘
	19	-10	9	20	-2	18	21	-3	18
B	33	-6	27	32	-5	27	31	-4	27
A	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘
	22	-4	18	23	-5	18	24	-6	18
B	30	-3	27	29	-11	18	28	-10	18
A	原本	拿出	剩餘	原本	拿出	剩餘	後面開始與前面重複，所以不列出來。		
	25	-7	18	26	-8	18			
B	27	-9	18	26	-8	18			

我們發現只有在撲克牌張數各約 20 幾張時，而且剩餘的張數都剩 18 張時，魔術才容易成功，其餘的情況都需要把 A、B 兩方剩餘的牌增加或減少，才可以成功。



(三) 接下來我們用分工合作的方式將所有情形整理成數學算式後試著找出其規律性，結果整理如下。

$10-(1+0)=9$	$20-(2+0)=18$	$30-(3+0)=27$	$40-(4+0)=36$
$11-(1+1)=9$	$21-(2+1)=18$	$31-(3+1)=27$	$41-(4+1)=36$
$12-(1+2)=9$	$22-(2+2)=18$	$32-(3+2)=27$	$42-(4+2)=36$
$13-(1+3)=9$	$23-(2+3)=18$	$33-(3+3)=27$	
$14-(1+4)=9$	$24-(2+4)=18$	$34-(3+4)=27$	
$15-(1+5)=9$	$25-(2+5)=18$	$35-(3+5)=27$	
$16-(1+6)=9$	$26-(2+6)=18$	$36-(3+6)=27$	
$17-(1+7)=9$	$27-(2+7)=18$	$37-(3+7)=27$	
$18-(1+8)=9$	$28-(2+8)=18$	$38-(3+8)=27$	
$19-(1+9)=9$	$29-(2+9)=18$	$39-(3+9)=27$	

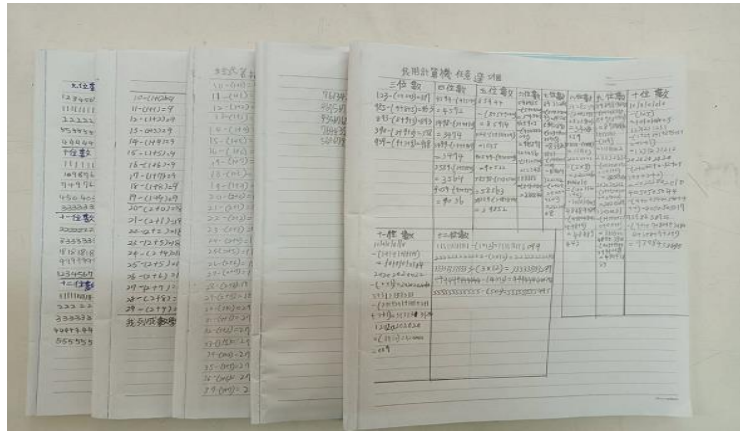


整理完後我們發現剩下的牌數都會是 9 的倍數。

(四) 我們很好奇如果數字越來越大超出撲克牌張數時，是否會繼續保持規律性，於是我們接著繼續算到百位數，結果整理如下。

$40-(4+0)=36$	$50-(5+0)=45$	$60-(6+0)=54$	$70-(7+0)=63$	$80-(8+0)=72$	$90-(9+0)=81$	$100-(1+0)=99$
$41-(4+1)=36$	$51-(5+1)=45$	$61-(6+1)=54$	$71-(7+1)=63$	$81-(8+1)=72$	$91-(9+1)=81$	$101-(1+1)=99$
$42-(4+2)=36$	$52-(5+2)=45$	$62-(6+2)=54$	$72-(7+2)=63$	$82-(8+2)=72$	$92-(9+2)=81$	$102-(1+2)=99$
$43-(4+3)=36$	$53-(5+3)=45$	$63-(6+3)=54$	$73-(7+3)=63$	$83-(8+3)=72$	$93-(9+3)=81$	$103-(1+3)=99$
$44-(4+4)=36$	$54-(5+4)=45$	$64-(6+4)=54$	$74-(7+4)=63$	$84-(8+4)=72$	$94-(9+4)=81$	$104-(1+4)=99$
$45-(4+5)=36$	$55-(5+5)=45$	$65-(6+5)=54$	$75-(7+5)=63$	$85-(8+5)=72$	$95-(9+5)=81$	$105-(1+5)=99$
$46-(4+6)=36$	$56-(5+6)=45$	$66-(6+6)=54$	$76-(7+6)=63$	$86-(8+6)=72$	$96-(9+6)=81$	$106-(1+6)=99$
$47-(4+7)=36$	$57-(5+7)=45$	$67-(6+7)=54$	$77-(7+7)=63$	$87-(8+7)=72$	$97-(9+7)=81$	$107-(1+7)=99$
$48-(4+8)=36$	$58-(5+8)=45$	$68-(6+8)=54$	$78-(7+8)=63$	$88-(8+8)=72$	$98-(9+8)=81$	$108-(1+8)=99$
$49-(4+9)=36$	$59-(5+9)=45$	$69-(6+9)=54$	$79-(7+9)=63$	$89-(8+9)=72$	$99-(9+9)=81$	$109-(1+9)=99$

最後我們用計算機一直計算到四位數，發現結果都會是 9 的倍數，於是在好奇心驅使下我們每人用計算機任意押了幾個五位數、六位數、12 位數(因為計算機只到 12 位數)去計算，結果也符合這個規律。



(五) 接下來，我們在一本書上找到了一個叫做「尋隱數」的遊戲，也是利用數字減去各個數字和的類似遊戲，規則如下：

1. 請同學選一個五位數，不要讓別人看見。(例：54321)
2. 將這五位數，各個數字相加。(5+4+3+2+1=15)
3. 將原來的五位數隨意隱藏其中的一個數字，變成一個四位數字。(例：5421)

對同學說：「我有辦法把你隱藏的數字找出來。」

4. 步驟：
 - (1) 請同學以四位數減去原五位數相加的和。(例：5421-15=5406)
 - (2) 再將所得的新數的各個位數相加。(例：5+4+0+6=15)
 - (3) 請同學將所得的答案告訴魔術師，魔術師將計算出來的數，橫向相加至出現一位數為止。(例：1+5=⑥→此數稱為數字根)
 - (4) 用 9 減去這個數就是答案。

(六) 我們也玩了一下這個遊戲，發現這個遊戲只有幾個步驟是利用各個位數相加，後面就不太一樣了。

伍、研究結果

一、比較結果：找出 2 種遊戲相同和不同的地方。

(一) 相同的地方：

2 個遊戲都有利用「任一數字減去此數字的各個數字和」這一個遊戲規則。

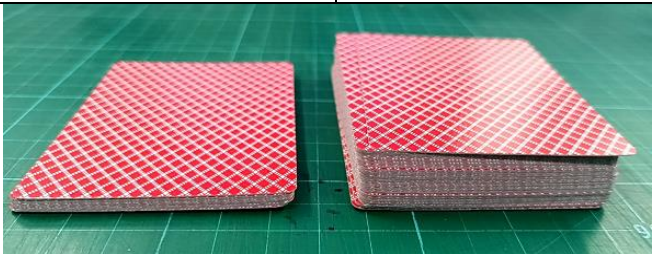

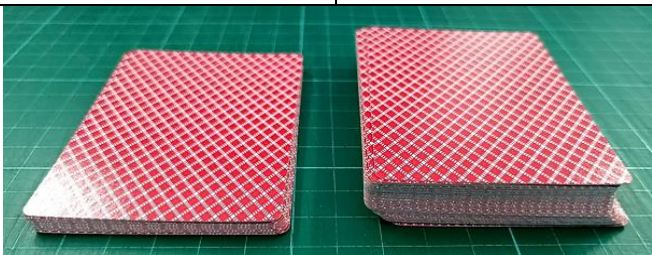

(二) 不同的地方：





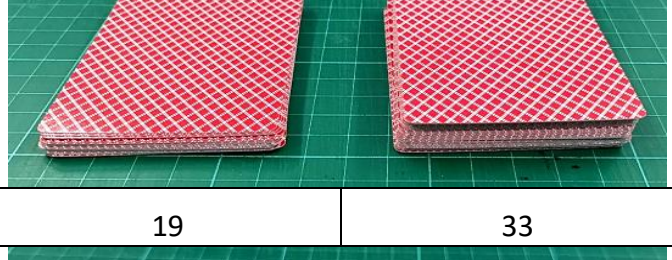

在尋隱數的遊戲當中，因為要消除一個數字，變成一個四位數(例：5421)，但遊戲規則是此四位數減去原先五位數的各個數字和(例：5421-15=5406)，其結果是一個四位數(5406)，可是卻不是 9 的倍數，而且這個四位數的各個數字和也不會是 9 的倍數。







陸、討論

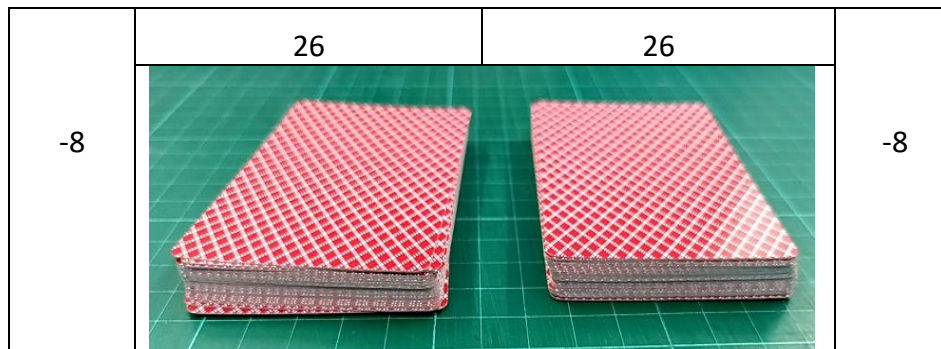
一、發明新的魔數遊戲：

我們嘗試著從網路上去尋找類似的遊戲加以改進，但是找了好久都沒找到。再加上我們實際玩過這個遊戲以後，發現只有少數幾組結果才能快速完成，考慮到魔術的趣味性，於是我們決定利用老師教我們的遊戲去改進。我們討論過後覺得原先的遊戲是把 2 人的撲克牌張數都變成一樣，如果我們能利用剩的數都會是 9 的倍數這一個特性，能不能猜出 2 人手裡剩餘的牌數呢？於是我們整理各種發生情況如下表：

拿出張數	A	B	拿出張數
-1	10	42	-6
			
-2	11	41	-5
			
-3	12	40	-4
			
-4	13	39	-12
			

	14	38	
-5			-11
	15	37	
-6			-10
	16	36	
-7			-9
	17	35	
-8			-8
	18	34	
-9			-7
	19	33	
-10			-6

	20	32	
-2			-5
	21	31	
-3			-4
	22	30	
-4			-3
	23	29	
-5			-11
	24	28	
-6			-10
	25	27	
-7			-9



我們觀察並實際操作過後，得到一些心得並討論出結果：

1. 玩遊戲時只要專注於其中一疊牌就好了，另外一疊可以藉由二疊總和是 52 張輕易地算出。
2. A 疊為 10 張的時候最好猜，因為只能拿出 1 張，所以會剩下 9 張。相對應的 B 疊必定為 42 張，拿出 6 張，剩下 36 張。
3. A 疊為 11~19 張的時候，可以很明顯看出 2 者厚薄程度不同，再根據 A 疊拿出的張數，例如 14 張須拿出 5 張，所以也可以輕易猜出剩餘的張數和相對應的張數。
4. A 疊為 20~26 張的時候，也可以很輕易的依照拿出的張數不同而輕易地猜出剩餘的張數，只需要記得剩餘的張數一定會是 9 的倍數即可。

柒、結論

- 一、只要是「任一數字減去此數字的各個數字和的結果一定是 9 的倍數」。
- 二、根據觀察結果，大部分猜數字的魔術都可以透過數學計算出答案，只是設計魔術的技巧不同，之後我們看到這類的魔術就會想著要如何去破解它。如果以後上數學課時都能有類似的遊戲方式，能讓我們在實際操作時去發現數學奇妙的地方，那麼我們的數學應該會更進步吧？

捌、參考資料

- 林碧珍·蔡寶桂(2017)·數學魔術與遊戲設計·台北市：五南
 凡異出版社(1999)·數學的神祕與奇趣·台北市：凡異